



WEST BENGAL STATE UNIVERSITY
B.Sc. General PART-II Examinations, 2017

MATHEMATICS-GENERAL

PAPER-MTMG-II

Time Allotted: 3 Hours

Full Marks: 100

The figures in the margin indicate full marks.
Candidates should answer in their own words
and adhere to the word limit as practicable.

প্রান্তিক সীমার মধ্যস্থ সংখ্যাটি পূর্ণমান নির্দেশ করে।
পরীক্ষার্থীরা নিজের ভাষায় যথা সম্ভব শব্দসীমার মধ্যে
উত্তর করিবে।

All Symbols are of usual significance.

Group-A

বিভাগ-ক

[Marks -25]

Answer Question. No. 1 and any *two* from the rest

১ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

1. (a) Write down the sub-sets of the set $\{1, 2, 3\}$. 2

$\{1, 2, 3\}$ - এর উপসেটগুলি লিখুন।

Or/অথবা

Is the mapping $f: Z \rightarrow Q$ defined by $f(x) = 2x - 1, x \in Z$ onto?

একটি অপেক্ষক $f: Z \rightarrow Q$ এমনভাবে সংজ্ঞাত যে $f(x) = 2x - 1, x \in Z$ । অপেক্ষকটি
উপরি অপেক্ষক কিনা নির্ণয় করো।

- (b) For the sets A, B, C and D , prove that $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$. 3

যে-কোনো চারটি সেট A, B, C এবং D এর জন্য প্রমাণ করো যে

$$(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$$

Or/অথবা

Show that the function $f:R \rightarrow R$ given by $f(x)=|x|$, $x \in R$ is neither injective nor surjective.

একটি অপেক্ষক $f:R \rightarrow R$ এরূপ সংজ্ঞায়িত যেখানে $f(x)=|x|$, $x \in R$ । দেখাও যে, অপেক্ষকটি এক-এক অপেক্ষক বা উপরি অপেক্ষক কোনটিই নয়।

2. (a) Show that the mapping $f:R \rightarrow R$ given by $f(x)=2x+3$ is bijective.

দেখাও যে $f:R \rightarrow R$ যেখানে $f(x)=2x+3$ একটি এক-এক উপরিচিত্রন।

(b) Let $f:A \rightarrow B$ and $g:B \rightarrow C$ be both bijective mappings. Prove that $g \circ f:A \rightarrow C$ is invertible and $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.

(c) If two mappings $f:R \rightarrow R$ and $g:R \rightarrow R$ are defined as $f(x)=4x-1$, $g(x)=x^2+2$. Determine the composite mapping $(f \circ g)(x)$ where $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$

দুটি অপেক্ষক $f:R \rightarrow R$ এবং $g:R \rightarrow R$ (R বাস্তব সংখ্যার সেট) যেখানে $f(x)=4x-1$ এবং $g(x)=x^2+2$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। $(f \circ g)(x)$ এর মান নির্ণয় করো যেখানে $(f \circ g)(x) = f[g(x)]$ ।

3. (a) Let $G = \{1, \omega, \omega^2\}$ be the set of three cube roots of unity. Show that G is a group under the usual multiplication of complex numbers.

1 এর ঘনমূল সেটটি $G = \{1, \omega, \omega^2\}$ হলে দেখাও যে, জটিল সংখ্যার প্রচলিত গুণের সাপেক্ষে G একটি দল হবে।

(b) Let G be a group and $H = \{y \in G : xy = yx, \forall x \in G\}$. Show that H is a commutative subgroup of G . If G is an abelian, find H .

G একটি দল এবং $H = \{y \in G : xy = yx, \forall x \in G\}$ একটি সেট দেখাও যে H , G -এর একটি বিনিময়যোগ্য উপদল (commutative subgroup)। যদি G বিনিময়যোগ্য দল হয় তবে H এর মান নির্ণয় করো।

(c) Show that the set $S = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} : a \text{ is a real number and } a \neq 0 \right\}$ is an Abelian group under matrix multiplication.

দেখাও যে $S = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} : a \neq 0 \text{ এবং } a \text{ একটি বাস্তব সংখ্যা} \right\}$ সেটটি ম্যাট্রিক্সের প্রচলিত
গুণের সাপেক্ষে একটি বিনিময়যোগ্য দল হবে।

4. (a) Let $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ be the ring of complex numbers under usual addition and multiplication. Verify whether the set $D = \{z : z \text{ is a complex number and } |z|=1\}$ is a sub-ring of $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ under usual addition and multiplication 5+3+2
ধরা যাক, $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ জটিলসংখ্যার প্রচলিত যোগ ও গুণের সাপেক্ষে একটি মন্ডল।
 $D = \{z : z \in \mathbb{C} \text{ এবং } |z|=1\}$ একটি সেট। যাচাই করো যে জটিল সংখ্যার প্রচলিত যোগ ও
গুণের সাপেক্ষে D সেটটি $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ এর একটি উপমণ্ডল।

- (b) Let R be a ring with unity element 1. Show that $(-1)(-1) = 1$.

একটি মণ্ডল R -এর একক উপাদানটি 1 হলে দেখাও যে $(-1)(-1) = 1$

- (c) Define field.

ক্ষেত্রের সংজ্ঞা দাও।

5. (a) Find the eigenvalues and eigenvectors of the matrix $A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$. 4+4+2

$A = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 4 & 4 \end{bmatrix}$ -এর আইগেন মান এবং আইগেন ভেক্টরসমূহ নির্ণয় করো।

- (b) Show that $B = \{(1, 2, 1), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ is a basis of R^3 . Express the vector $(1, 2, 3) \in R^3$ as a linear combination of the basis B .

দেখাও যে $B = \{(1, 2, 1), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ সেটটি ভেক্টর দেশ R^3 -এর উপর R -এর একটি
ভিত্তি তৈরী করে। ভেক্টর $(1, 2, 3) \in R^3$ -কে ভিত্তি B -র ভেক্টরগুলির সাহায্যে প্রকাশ করো।

- (c) Find the symmetric matrix corresponding to the real quadratic form:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 2xz + 4yz$$

$x^2 + y^2 + z^2 + 4xy + 2xz + 4yz$ বাস্তব দ্বিঘাত আকারটির জন্য প্রতিসম ম্যাট্রিক্সটি নির্ণয়
করো।

Group-B

বিভাগ-খ

[Marks -20]

Answer Question. No. 6 and any *two* from the rest

৬ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

6. Answer any *two* questions from the following :

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাওঃ

(a) Show that the points (4, 5, 0), (2, 6, 2), (2, 3, -1) are the vertices of an isosceles triangle.

দেখাও যে (4, 5, 0), (2, 6, 2), (2, 3, -1) বিন্দু তিনটি একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু।

(b) Find the direction cosines of the line joining the points (1, 2, -3) and (-2, 3, 1).

(1, 2, -3) এবং (-2, 3, 1) বিন্দু দুটির সংযোজনকারী সরলরেখাটির কোসাইন দিগঙ্ক গোষ্ঠী নির্ণয় করো।

(c) Find the equation of the sphere through the circle $x^2 + y^2 + z^2 = 25$, $x + 2y - z + 2 = 0$ and the point (1, 1, 1).

$x^2 + y^2 + z^2 = 25$, $x + 2y - z + 2 = 0$ বৃত্তগামী এবং (1, 1, 1) বিন্দুগামী গোলকটির সমীকরণ নির্ণয় করো।

7. (a) Find the length of the perpendicular from the point (4, -5, 3) to the line

$$\frac{x-5}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-6}{5}$$

(4, -5, 3) বিন্দু থেকে $\frac{x-5}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-6}{5}$ সরলরেখাটি পর্যন্ত লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

(b) Find the equation of the line which intersects each of the two lines $9x + y + z + 4 = 0 = 5x + y + 3z$ and $x + 2y - 3z - 3 = 0 = 2x - 5y + 3z + 3$

and is parallel to $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$.

যে সরলরেখাটি $9x + y + z + 4 = 0 = 5x + y + 3z$ এবং

$x + 2y - 3z - 3 = 0 = 2x - 5y + 3z + 3$ সরলরেখাদুটিকে ছেদ করে এবং $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4}$

সরলরেখাটির সমান্তরাল, তার সমীকরণ নির্ণয় করো।

8. (a) Explain the equation of the plane $4x+8y+z+9=0$ in the normal form. 4
Hence obtain the length of the perpendicular from the origin upon the plane.

$4x+8y+z+9=0$ সমতলের সমীকরণটিকে লম্ব-আকারে প্রকাশ করো। এর থেকে মূলবিন্দু থেকে সমতলটির উপর লম্বের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করো।

- (b) Find the equation of the plane through the line of intersection of the planes $x-2y+3z-4=0$ and $2x+y-z+5=0$ and perpendicular to the plane $5x+3y+z=2$. 4

$x-2y+3z-4=0$ এবং $2x+y-z+5=0$ সমতলদুটি পরস্পরকে যে সরলরেখায় ছেদ করে, সেই সরলরেখাগামী এবং $5x+3y+z=2$ সমতলের সঙ্গে লম্ব, সমতলটির সমীকরণ নির্ণয় করো।

9. (a) The plane $x+2y+2z=6$ meets the coordinate axes in A, B, C . Find the equation of the sphere $OABC$, O , being the origin. Determine also the centre of the sphere. 4

$x+2y+2z=6$, x, y ও z অক্ষ তিনটিকে যথাক্রমে A, B ও C বিন্দুতে ছেদ করে। 'O' মূলবিন্দু হলে $OABC$ গোলকটির সমীকরণ নির্ণয় করো। গোলকটির কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক কত?

- (b) Find the equation of the sphere whose centre lies on the line $\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+2}{5}$ and which passes through the points $(3, 4, 5)$ and $(-3, 0, 1)$. 4

$(3, 4, 5)$ এবং $(-3, 0, 1)$ বিন্দুগামী যে গোলকটির কেন্দ্রবিন্দু $\frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z+2}{5}$ সরলরেখাটির উপর অবস্থিত। তার সমীকরণ নির্ণয় করো।

- 10.(a) Find the length and equations of the line of shortest distance between the lines $\frac{x+3}{-4} = \frac{y-6}{3} = \frac{z}{2}$ and $\frac{x+2}{-4} = \frac{y}{1} = \frac{z-7}{1}$. 4

$\frac{x+3}{-4} = \frac{y-6}{3} = \frac{z}{2}$ এবং $\frac{x+2}{-4} = \frac{y}{1} = \frac{z-7}{1}$ সরলরেখা দুটির মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব এবং এই সরলরেখাটির সমীকরণ নির্ণয় করো।

(b) Find the equation of the sphere that passes through the points (1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1) and touches the plane $2x + 2y - z = 15$.

(1, 0, 0), (0, 1, 0) এবং (0, 0, 1) বিন্দুগামী যে গোলকটি $2x + 2y - z = 15$ সমতলটিকে স্পর্শ করে তার সমীকরণ নির্ণয় করো।

Group-C

বিভাগ-গ

[Marks -25]

Answer Question. No. 11 and any *two* from the rest

১১ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

11.(a) Answer any *one* question from the following:

নিম্নলিখিত যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

(i) Does the limit $\lim_{x \rightarrow 1} \{x^2 + \sqrt{x-1}\}$ exist? Justify.

$\lim_{x \rightarrow 1} \{x^2 + \sqrt{x-1}\}$ সীমাটির অস্তিত্ব সম্বন্ধে বিচার করো।

(ii) Prove that the series $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \dots$ is convergent and its sum is $\frac{1}{2}$.

প্রমাণ করো যে $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \dots$ শ্রেণীটি অভিসারী এবং এর যোগফল $\frac{1}{2}$

(iii) Show that: $x > \sin x$, for $0 < x < \pi/2$.

যদি $0 < x < \pi/2$ হয় তাহলে দেখাও যে $x > \sin x$.

(b) Answer any *one* question from the following:

নিম্নলিখিত যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

(i) Let $f(x) = \frac{\log(1+ax) - \log(1-bx)}{x}$.

Define the function at $x = 0$ so that $f(x)$ is continuous at $x = 0$.

4

ধরা যাক $f(x) = \frac{\log(1+ax) - \log(1-bx)}{x}$ । $x = 0$ বিন্দুতে অপেক্ষকটিকে

এমনভাবে সংজ্ঞায়িত করো যাতে অপেক্ষকটি $x = 0$ বিন্দুতে সন্তত হয়।

(ii) Show that the sequence $x_n = \frac{1}{5+6n}$ is bounded. Is it convergent? If so find its limit.

দেখাও যে $x_n = \frac{1}{5+6n}$ অনুক্রমটি বদ্ধ। অনুক্রমটি কি অভিসারী? যদি হয় তবে এর সীমা নির্ণয় করো।

(iii) Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{x} - \frac{2}{x(e^x + 1)} \right\}$.

মান নির্ণয় করো: $\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{1}{x} - \frac{2}{x(e^x + 1)} \right\}$ ।

12.(a) Use Cauchy criterion to show that the sequence $\{x_n\}$ defined by

$$x_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \text{ is divergent.}$$

Cauchy criterion এর সাহায্যে দেখাও যে $x_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ অনুক্রমটি অপসারী।

(b) Test the convergence of the series $\frac{x}{1^2} + \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^3}{3^2} + \frac{x^4}{4^2} + \dots$

$\frac{x}{1^2} + \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^3}{3^2} + \frac{x^4}{4^2} + \dots$ শ্রেণীটির অভিসারিত্ব পরীক্ষা করো।

(c) Use Root-Test to examine the convergence of the series

$$\frac{1}{3} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^3 + \dots$$

Root-Test এর সাহায্যে $\frac{1}{3} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^3 + \dots$ শ্রেণীটির অভিসারিত্ব বিচার করো।

13.(a) State and prove Cauchy's Mean Value Theorem.

Cauchy's Mean Value Theorem বিবৃত করে প্রমাণ করো।

(b) Expand $f(x) = \sin x$ in powers of x in infinite series stating the condition under which the expansion is valid.

$f(x) = \sin x$ অপেক্ষকটিকে x -এর ঘাতের অসীম শ্রেণীতে বিস্তার করো। কি শর্তে বিস্তারটি সম্ভব সেটি বিবৃত করো।

(c) Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$.

এর মান নির্ণয় করো: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x} \right)^{\frac{1}{x}}$.

14.(a) Examine for the existence of maxima or minima of the function $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x^2 - 15y^2 + 72x$.

$f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x^2 - 15y^2 + 72x$ অপেক্ষকটির চরম ও অবম মানের অস্তিত্ব বিচার করো।

(b) Find the asymptotes of the cubic: $x^3 - 2y^3 + xy(2x - y) + y(x - y) + 1 = 0$.

$x^3 - 2y^3 + xy(2x - y) + y(x - y) + 1 = 0$ বক্ররেখাটির স্পর্শপ্রবণ সরলরেখা নির্ণয় করো।

(c) Find the envelope of the straight lines $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, where 'a' and 'b' are variable parameters connected by the relation $a + b = c$, c being a non-zero constant.

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ সরলরেখা গোষ্ঠীর পরিস্পর্শক নির্ণয় করো যেখানে পরিবর্তনশীল প্রাচল 'a' এবং 'b'

উভয়ে $a + b = c$, $c \neq 0$ একটি ধ্রুবক, সম্পর্ক দ্বারা যুক্ত।

15.(a) Find the maximum value of x^3y^2 subject to the constraint $x + y = 1$, using the method of Lagrange's multiplier.

Lagrange's multiplier method -এর সাহায্যে, $x + y = 1$ শর্ত সাপেক্ষে, x^3y^2 অপেক্ষকটির চরম মান নির্ণয় করো।

(b) Examine the nature of the origin on the curve $x^3y + x^3 + 2x^2y - y^2 = 0$. 3

$x^3y + x^3 + 2x^2y - y^2 = 0$ বক্ররেখাটির উপর মূলবিন্দুর প্রকৃতি পরীক্ষা করো।

(c) If a function $f(x)$ is differentiable at a point $x = c$, show that it is continuous at that point. 2

যদি $f(x)$ অপেক্ষকটি $x = c$ বিন্দুতে অন্তরকলনযোগ্য হয়, তবে প্রমাণ করো যে, ঐ বিন্দুতে $f(x)$ অপেক্ষকটি সন্তত হবে।

Group-D

বিভাগ-ঘ

[Marks -20]

Answer Question. No. 16 and any *two* from the rest

১৬ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও

16. Answer any *two* questions from the following:

2×2 = 4

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

(a) Does the improper integral $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2}$ converge? Give reasons.

$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2}$ সমাকলনটি কি অভিসারী? যুক্তি দাও।

(b) Define Beta and Gamma functions.

বিটা ও গামা অপেক্ষকের সংজ্ঞা দাও।

(c) Find if possible the value of $B\left(\frac{5}{2}, 6\right)$

যদি সম্ভব হয় $B\left(\frac{5}{2}, 6\right)$ -এর মান নির্ণয় করো।

(d) Find the area bounded by the parabola $y^2 = 4x$ and its latus rectum.

$y^2 = 4x$ অধিবৃত্ত এবং এর নাভিলম্ব দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

17.(a) Prove that $B(m, n) = 2 \int_0^{\pi/2} \sin^{2m-1}\theta \cos^{2n-1}\theta d\theta; (m, n > 0)$ and hence find the value of $B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$.

প্রমাণ করো $B(m, n) = 2 \int_0^{\pi/2} \sin^{2m-1}\theta \cos^{2n-1}\theta d\theta; (m, n > 0)$ এবং এর থেকে $B\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ এর মান নির্ণয় করো।

(b) Apply μ -test to examine the convergence of the integral $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$

μ -test প্রয়োগ করে $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$ এর অভিসারিত্ব পরীক্ষা করো।

18.(a) State the relation between Beta and Gamma functions and use it to show that

$$\int_0^1 x^{\frac{3}{2}}(1-x)^{\frac{3}{2}} dx = \frac{3\pi}{128}$$

বিটা এবং গামা অপেক্ষকের মধ্যে সম্পর্ক লেখো এবং এর সাহায্যে প্রমাণ করো

$$\int_0^1 x^{\frac{3}{2}}(1-x)^{\frac{3}{2}} dx = \frac{3\pi}{128}$$

(b) Find the perimeter of the circle $x^2 + y^2 = a^2$.

$x^2 + y^2 = a^2$ বৃত্তের পরিসীমা নির্ণয় করো।

19.(a) Evaluate: $\int_0^{\pi} \int_0^{a \cos \theta} r \sin \theta d\theta dr$

মান নির্ণয় করো: $\int_0^{\pi} \int_0^{a \cos \theta} r \sin \theta d\theta dr$

(b) Find the area bounded by the parabolas $x^2 = 4y$ and $y^2 = 4x$

$x^2 = 4y$ এবং $y^2 = 4x$ অধিবৃত্তদ্বয় দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

- 4 20.(a) Find the surface area of a sphere of radius 'a' unit. 4
 যে গোলকের ব্যাসার্ধ 'a' একক তার বক্রতলের ক্ষেত্রফল কত ?
- (b) Find the volume of the solid generated by revolving the cycloid 4
 $x = a(\theta + \sin\theta)$, $y = a(1 + \cos\theta)$ about the x-axis.
 $x = a(\theta + \sin\theta)$, $y = a(1 + \cos\theta)$ সাইক্লয়েডটিকে x অক্ষের সাপেক্ষে আবর্তিত করলে
 যে ঘন উৎপন্ন হয় তার আয়তন নির্ণয় করো।

Group-E

বিভাগ-ঙ

[Marks -10]

- 4 21. Answer any **one** question from the following: 2×1 = 2
 নিম্নলিখিত যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

(a) Solve: $\frac{d^2y}{dx^2} = \sin^2 x$

সমাধান করো: $\frac{d^2y}{dx^2} = \sin^2 x$

- 4 (b) Find the particular integral of the differential equation

$$(D^2 + 2D + 2)y = xe^{-x}.$$

$(D^2 + 2D + 2)y = xe^{-x}$ অবকল সমীকরণটির বিশেষ সমাকল নির্ণয় করো।

4 (c) Solve: $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4 = 0.$

সমাধান করো: $\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 4 = 0.$

22. Answer any *two* questions from the following:

4×2 = 8

নিম্নলিখিত যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও:

(a) Solve: $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = x^2e^{3x}$

সমাধান করো: $\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = x^2e^{3x}$

(b) Solve: $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 5x\frac{dy}{dx} + 4y = x^4$

সমাধান করো: $x^2\frac{d^2y}{dx^2} + 5x\frac{dy}{dx} + 4y = x^4$

(c) Solve: $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \cos 2x$

সমাধান করো: $\frac{d^2y}{dx^2} + y = \cos 2x$

(d) Find the orthogonal trajectories of the family of parabolas $y^2 = 4ax$, a being a parameter.

$y^2 = 4ax$, a প্রাচল, অধিবৃত্ত গোষ্ঠীর লম্ব-প্রক্ষেপ পথসমূহ নির্ণয় করো।