

West Bengal State University
B.A./B.Sc./B.Com (Honours, Major, General) Examinations, 2014

PART - III
MATHEMATICS — GENERAL

Paper - IV

Duration : 3 Hours]

[Full Marks : 100

The figures in the margin indicate full marks.

প্রাপ্তস্ব সংখ্যাগুলি পূর্ণমানের দ্যোতক।

Answer any *two* Groups from the Groups A, B and C.

বিভাগ-ক, খ এবং গ-এর মধ্যে থেকে যে কোন দুটি বিভাগের উত্তর দিন।

Group - A

বিভাগ - ক

Answer any *five* questions.

5 × 10 = 50

যে কোন পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

1. a) In a Boolean Algebra $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ prove the following :

i) If $b + a = c + a$ and $b + a' = c + a'$, then $b = c \forall a, b, c \in B$.

ii) $a + b' = 1$ iff $a + b = a \forall a, b \in B$. 2 + 3

কোন বুলীয় বীজগণিত $(B, +, \cdot, ', 0, 1)$ -এর যে কোন তিনটি পদ a, b, c -এর জন্য নিম্নলিখিতগুলি প্রমাণ করুন :

i) যদি $b + a = c + a$ এবং $b + a' = c + a'$ হয় তবে $b = c$ হবে।

ii) $a + b' = 1$ হলে $a + b = a$ হবে এবং বিপরীত বিবৃতিটিও সত্য হবে।

b) i) Express the Boolean expression $(x' + yz)$ in Conjunctive normal form.

ii) Find the complement of the Boolean expression $(x + y)(x + y')(x' + y')$ in CNF. 3 + 2

- i) $(x' + yz)$ বুলীয় রাশিটিকে CNF-এ প্রকাশ করুন।
- ii) $(x + y)(x + y')(x' + y')$ রাশিটির পূরক রাশিটি CNF-এ নির্ণয় করুন।
2. a) Simplify the following Boolean function using Karnaugh Map : 5
 $f(x, y, z) = x'yz + x'yz' + xyz + xyz'$
 Karnaugh Map ব্যবহার করে নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকটি সরল করুন :
 $f(x, y, z) = x'yz + x'yz' + xyz + xyz'$
- b) Construct the switching table for the switching function f represented by the Boolean expression $xyz + x'(y + z)$. 5
 $xyz + x'(y + z)$ সুইচিং অপেক্ষকটির সুইচিং সারণী গঠন করুন।
3. a) Describe different generation of computers with reference to their electronic components. What are full forms of DOS and FORTRAN ? 4 + 1
 বিভিন্ন প্রজন্মের যন্ত্রগণকগুলি তাদের বৈদ্যুতিক উপাদান সাপেক্ষে বর্ণনা করুন। DOS এবং FORTRAN শব্দ দুটির পূর্ণরূপ কি ?
- b) Define BIT, BYTE and WORD. Discuss briefly the different coding systems. 2 + 3
 সংজ্ঞা দিন : BIT, BYTE ও WORD. বিভিন্ন ধরনের সংকেত পদ্ধতির সংক্ষিপ্ত বিবরণ দিন।
4. a) i) Write short note on LOGICAL IF statement. 2
 LOGICAL IF বিবৃতির উপর টীকা লিখুন।
- ii) Find the final value of K after the following FORTRAN 77/90 program segment is executed. 2
 $K = 2$
 DO 10 I = 3, 8, 2
 $K = K + 1$
 10 CONTINUE

নিম্নলিখিত FORTRAN 77/90 প্রোগ্রামখণ্ডটি সম্পাদন করার পর K-এর চূড়ান্ত মান বের করুন :

K = 2

DO 10 I = 3, 8, 2

K = K + 1

10 CONTINUE

iii) Write FORTRAN expression of $\frac{\sqrt{a} + \log_e b}{c + d \sin x}$ 1

$\frac{\sqrt{a} + \log_e b}{c + d \sin x}$ -এর FORTRAN রূপ লিখুন।

b) Draw a flow-chart to find the largest of three distinct real numbers a , b and c . 5

তিনটি স্বতন্ত্র বাস্তব সংখ্যা a , b এবং c -র মধ্যে থেকে সর্বোচ্চ সংখ্যাটি নির্ণয় করার জন্য একটি প্রবাহচিত্র অঙ্কন করুন।

5. a) What do you mean by time complexity of an algorithm ? Develop an algorithm to find the roots of the equation $ax^2 + bx + c = 0$. 1 + 4

একটি অ্যালগোরিদম-এর সময় জটিলতা বলতে কি বোঝেন ? $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের বীজ নির্ণয়ের জন্য একটি অ্যালগোরিদম তৈরী করুন।

b) Write a FORTRAN 77/90 program to find the product of two $m \times n$ matrices. 5

দুটি $m \times n$ ম্যাট্রিক্সের গুণফল নির্ণয়ের জন্য একটি FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লিখুন।

6. a) Discuss briefly the basic difference between a function sub-program and a sub-routine sub-program in FORTRAN 77/90. 5

FORTRAN 77/90-তে একটি function sub-program এবং একটি sub-routine-এর মধ্যে মূল পার্থক্যগুলি সংক্ষেপে আলোচনা করুন।

- b) A function $f(x)$ is defined as follows :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & \text{for } x \geq 1 \\ 2x + 3 & \text{for } 0 \leq x \leq 1 \\ 3, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Write a FORTRAN 77/90 sub-program for defining $f(x)$. 5

একটি অপেক্ষক $f(x)$ নিম্নলিখিতভাবে সংজ্ঞায়িত :

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & \text{যখন } x \geq 1 \\ 2x + 3 & \text{যখন } 0 \leq x \leq 1 \\ 3, & \text{অন্যথায়} \end{cases}$$

এই অপেক্ষক $f(x)$ -কে লেখার জন্য একটি FORTRAN 77/90 সাব-প্রোগ্রাম তৈরী করুন।

7. a) State with suitable example the use of I, E, F, X and A formats in FORTRAN 77/90. 5

উপযুক্ত উদাহরণসহ FORTRAN 77/90-এর I, E, F, X ও A ফরম্যাটগুলির ব্যবহার সম্পর্কে লিখুন।

- b) Write an efficient FORTRAN 77/90 program to find the sum of $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2$. 5

$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2$ এই যোগফলটি নির্ণয় করার জন্য একটি কার্যকর FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লিখুন।

8. a) Write a FORTRAN 77/90 program to generate the Fibonacci sequence 1, 1, 2, 3, 5, 8, ... the last term being not greater than 1000. 5

একটি Fibonacci sequence, 1, 1, 2, 3, 5, 8, ... যার শেষ পদটি 1000-এর অধিক নয়, তৈরী করার জন্য একটি FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লিখুন।

- b) i) State with a suitable example the use of IMPLICIT TYPE declaration in FORTRAN 77/90. 2

উপযুক্ত উদাহরণসহ FORTRAN 77/90-এর IMPLICIT TYPE বিবৃতির ব্যবহার উল্লেখ করুন।

- ii) Construct an example to show the use of nested DO loops in FORTRAN 77/90. 1

FORTRAN 77/90-তে Nested ডু লুপের ব্যবহার একটি উদাহরণসহ দেখান।

- iii) Is it necessary to use DIMENSION statements in case of array variables ? Justify your answer. 2

Array চলরাশির ক্ষেত্রে DIMENSION উক্তির ব্যবহার কি প্রয়োজনীয় ? আপনার উত্তরের সমর্থনে যুক্তি দিন।

9. a) Write a program in BASIC to find the H.C.F. and L.C.M. of two positive integers A and B. 6

দুটি প্রদত্ত ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা A এবং B-এর গ.সা.গু. এবং ল.সা.গু. বের করার জন্য BASIC-এ একটি প্রোগ্রাম লিখুন।

- b) What is the purpose of DIM statement in BASIC ? 2

BASIC-এ DIM বিবৃতির উদ্দেশ্য কি ?

- c) Write a short note on TAB function in BASIC. 2

BASIC-এ TAB অপেক্ষকের উপর একটি সংক্ষিপ্ত টীকা লিখুন।

Group - B

বিভাগ - খ

Answer Question No. 10 and any four from the rest.

$$10 + (4 \times 10) = 50$$

10 নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

10. Answer any five questions : 5 × 2 = 10

যে কোন পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Show that the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + [f(x)]^2}$ is uniformly convergent on any interval on which the function f is defined.

দেখান যে অপেক্ষক f সংজ্ঞাত আছে এমন যে কোন অন্তরালে $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + [f(x)]^2}$ শ্রেণীটি

সমাভিসারী হবে।

- b) Show that the series of function $\sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1}$, $0 \leq x < 1$, is pointwise convergent on $0 \leq x < 1$, but the limit function is not bounded in $[0, 1]$.

দেখান যে অপেক্ষকের শ্রেণী $\sum_{n=1}^{\infty} x^{n-1}$, $0 \leq x < 1$ বিন্দু অনুসারে $0 \leq x < 1$ অন্তরালে

অভিসারী, কিন্তু সীমা অপেক্ষক $[0, 1]$ -এ সীমাবদ্ধ নয়।

- c) Find the limit function for the sequence of functions $\{f_n\}_n$ where

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+nx}, \quad x \geq 0.$$

$\{f_n\}_n$ অনুক্রমটির সীমা অপেক্ষক নির্ণয় করুন যেখানে $f_n(x) = \frac{nx}{1+nx}$, $x \geq 0$.

- d) Find the radius of convergence of the power series $x + \frac{2^2 x^2}{2} + \frac{3^3 x^3}{3} + \dots$

$x + \frac{2^2 x^2}{2} + \frac{3^3 x^3}{3} + \dots$ এই ঘাত শ্রেণীটির অভিসরণ ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।

- e) Find the general solution of $\frac{d^3 y}{dx^3} - 5 \frac{d^2 y}{dx^2} + 7 \frac{dy}{dx} - 3y = 0$.

$\frac{d^3 y}{dx^3} - 5 \frac{d^2 y}{dx^2} + 7 \frac{dy}{dx} - 3y = 0$ সমীকরণটির সাধারণ সমাধান নির্ণয় করুন।

- f) Find the Laplace transform of the function $F(t) = t^2$, $t > 0$.

$F(t) = t^2$, $t > 0$ -এর ল্যাপলাস রূপান্তর নির্ণয় করুন।

- g) Find the particular integral y_p by the method of undetermined coefficient

of $\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} + 5y = 25x^2 + 12$.

অনির্ণীত সহগ পদ্ধতির সাহায্যে বিশেষ সমাকল y_p নির্ণয় করুন :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 5y = 25x^2 + 12.$$

- h) If $f(x) = f(-x)$ for all $x \in [-\pi, \pi]$. Show that Fourier coefficient $b_n = 0$ for all $n = 1, 2, 3, \dots$

যদি $[-\pi, \pi]$ অন্তরালে x -এর সকল মানের জন্য $f(x) = f(-x)$ হয়, তবে দেখান যে ফুরিয়ার সহগ $b_n = 0$, $n = 1, 2, 3, \dots$

11. a) State Weierstrass M -test for the uniform convergence of a sequence of functions, $\{f_n(x)\}$ defined in $[a, b]$. Using this test show that the sequence $\left\{\frac{x}{1+nx^2}\right\}$ converges uniformly in $[0, 1]$. 2 + 3

বদ্ধ অন্তরাল $[a, b]$ -তে সংজ্ঞাত অপেক্ষকের অনুক্রম $\{f_n(x)\}$ -এর সমভাবে অভিসারিত্বের Weierstrass M -পরীক্ষাটি বিবৃত করুন। এই পরীক্ষা প্রয়োগের দ্বারা দেখান যে $\left\{\frac{x}{1+nx^2}\right\}$

অনুক্রমটি $[0, 1]$ অন্তরালে সমভাবে অভিসারী।

- b) Find the sum function of the series $\sum f_n(x)$ where

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2} - \frac{(n-1)x}{1+(n-1)^2x^2}, \quad x \in [0, 1] \quad \text{and} \quad \text{show} \quad \text{that}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\sum f_n(x) \right) \neq \sum \frac{d}{dx} (f_n(x)). \quad 5$$

$\sum f_n(x)$ শ্রেণীর যোগফল অপেক্ষকটি নির্ণয় করুন যখন

$$f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2} - \frac{(n-1)x}{1+(n-1)^2x^2}, \quad x \in [0, 1] \quad \text{দেখান যে } x = 0 \text{ বিন্দুতে}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\sum f_n(x) \right) \neq \sum \frac{d}{dx} (f_n(x)).$$

12. a) Prove that $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{(x+1)(2x+1)} + \frac{x}{(2x+1)(3x+1)} + \dots$ is convergent on $[0, \infty)$ but the convergence is not uniform on $[0, \infty)$. 5

দেখান যে $\frac{x}{x+1} + \frac{x}{(x+1)(2x+1)} + \frac{x}{(2x+1)(3x+1)} + \dots$ এই অপেক্ষকের শ্রেণীটি

$[0, \infty)$ অন্তরালে অভিসারী কিন্তু সেটি $[0, \infty)$ অন্তরালে সমভাবে অভিসারী নয়।

- b) Assuming the power series expansion for $(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots, |x| < 1$, show that

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots, -1 < x \leq 1. \text{ By using Abel's theorem}$$

deduce that $\log 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$ 5

$(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \dots, |x| < 1$ ধরে নিয়ে দেখান যে,

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots, -1 < x \leq 1.$$

Abel-এর উপপাদ্যটির সাহায্য নিয়ে দেখান যে, $\log 2 = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$

13. a) Solve: $\frac{d^3y}{dx^3} + 9\frac{dy}{dx} = \cos 3x$. 5

$$\text{সমাধান করুন: } \frac{d^3y}{dx^3} + 9\frac{dy}{dx} = \cos 3x.$$

- b) Solve by method of variation of parameter $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = \sec 2x$. 5

$$\text{ভেদ প্রচলন পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমাধান করুন: } \frac{d^2y}{dx^2} + 4y = \sec 2x.$$

14. a) Using the method of undetermined coefficient solve: $(D^2 - D + 6)y = e^{2x} \sin x, D \equiv \frac{d}{dx}$. 5

$$\text{অনির্ধারিত সহগ পদ্ধতিতে সমাধান করুন: } (D^2 - D + 6)y = e^{2x} \sin x, D \equiv \frac{d}{dx}.$$

b) Solve : $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = 0$

$$\frac{dy}{dt} + 5x + 3y = 0.$$

5

সমাধান করুন : $\frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} + 2x + y = 0$

$$\frac{dy}{dt} + 5x + 3y = 0.$$

15. a) Find the eigenvalues and eigenfunctions for the differential equation

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0 \quad (\lambda > 0) \text{ with } y''(0) = y'(1) = 0.$$

5

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0 \quad (\lambda > 0) \text{ অবকল সমীকরণের } y''(0) = y'(1) = 0 \text{ এর জন্য আইগেন}$$

মানসমূহ ও আইগেন অপেক্ষকগুলি নির্ণয় করুন।

- b) Solve the following partial differential equation by Lagrange's method :

$$z^2 - pz + qz + (x + y)^2 = 0.$$

5

নিম্নের আংশিক অবকল সমীকরণটি Lagrange পদ্ধতির সাহায্যে সমাধান করুন :

$$z^2 - pz + qz + (x + y)^2 = 0.$$

16. a) Find the Fourier series expansion of the function f defined by

$$f(x) = 0, \quad -\pi < x < 0$$

$$= x^2, \quad 0 \leq x < \pi.$$

Hence, deduce $\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots$

5

নিম্নলিখিত অপেক্ষকটিকে ফুরিয়ার শ্রেণীতে বিস্তৃত করুন :

$$f(x) = 0, \quad -\pi < x < 0$$

$$= x^2, \quad 0 \leq x < \pi.$$

এর থেকে দেখান যে $\frac{\pi^2}{6} = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots$

- b) Find the Fourier series of the function

$$f(x) = 2k, \quad -\pi < x < 0$$

$$= 0, \quad 0 \leq x < \pi,$$

where k is a constant.

5

নিম্নলিখিত অপেক্ষকটির ফুরিয়র শ্রেণী নির্ণয় করুন :

$$f(x) = 2k, \quad -\pi < x < 0$$

$$= 0, \quad 0 \leq x < \pi,$$

যেখানে k একটি ধ্রুবক।

17. a) If $L\{f(t)\} = F(s)$, then prove that $L\{f(at)\} = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$, $s, a > 0$

$$\text{If } f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq 2 \\ k, & t \geq 2 \end{cases}$$

find $L\{f(t)\}$.

3 + 2

যদি $L\{f(t)\} = F(s)$ হয় তবে প্রমাণ করুন যে $L\{f(at)\} = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$, $s, a > 0$

$$\text{যদি } f(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq 2 \\ k, & t \geq 2 \end{cases}$$

তবে $L\{f(t)\}$ বের করুন।

- b) Solve using Laplace transformation, the equation $\frac{d^2y}{dt^2} - 3\frac{dy}{dt} + 2y = 2e^{2t}$
given that $y(0) = 3$, $y'(0) = 5$.

5

ল্যাপলাস রূপান্তর ব্যবহার করে $\frac{d^2y}{dt^2} - 3\frac{dy}{dt} + 2y = 2e^{2t}$ সমীকরণটির সমাধান করুন

যেখানে $y(0) = 3$, $y'(0) = 5$.

Group - C

বিভাগ - গ

Answer Question No. 18 and any four from the rest.

$$10 + (4 \times 10) = 50$$

18 নং প্রশ্ন এবং অন্য যে কোন চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

18. Answer any five questions :

$$5 \times 2 = 10$$

যে কোন পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Let a, b, c be integers such that $a \neq 0$. If $a|b$ and $a|c$, then prove that $a|(ax + by)$ for any integers x, y .

যদি a, b, c পূর্ণসংখ্যা হয়, যেখানে $a \neq 0$ এবং যদি $a|b$ এবং $a|c$ হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে $a|(ax + by)$ যেখানে x এবং y যে কোন পূর্ণসংখ্যা।

b) Find all prime divisors of $40!$

$40!$ সংখ্যাটির সকল মৌলিক উৎপাদকগুলি নির্ণয় করুন।

c) If a, b, c are positive integers such that $\gcd(a, bc) = 1$, then prove that $\gcd(a, b) = 1 = \gcd(a, c)$.

যদি a, b, c ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হয় যেখানে $\gcd(a, bc) = 1$, তাহলে প্রমাণ করুন যে $\gcd(a, b) = 1 = \gcd(a, c)$.

d) If $a \equiv b \pmod{m}$ and $c \equiv d \pmod{m}$ then show that $a + c \equiv b + d \pmod{m}$.

যদি $a \equiv b \pmod{m}$ এবং $c \equiv d \pmod{m}$ হয় তাহলে দেখান যে $a + c \equiv b + d \pmod{m}$.

e) Find $\phi(260)$ where ϕ denotes the Euler's phi function.

ϕ যদি Euler-এর phi অপেক্ষক হয় তাহলে $\phi(260)$ নির্ণয় করুন।

f) Determine the highest power of 2 dividing $(11010100)_2$.

2-এর সর্বাপেক্ষা বৃহৎ ঘাত কত হলে ঘাতসহ 2 সংখ্যাটি $(11010100)_2$ -কে সম্পূর্ণরূপে বিভাজিত করবে ?

- g) Find a recurrence relation for the sequence :

$$S: 2, 6, 10, 14, \dots$$

নিম্নলিখিত অনুক্রমটির জন্য একটি আবৃত্তি নির্ণয় করুন :

$$S: 2, 6, 10, 14, \dots$$

- h) In a Boolean algebra $(B, +, \cdot, ')$, for all $a, b, c \in B$ if $b + c = c + a$ and $b + a' = c + a'$ then prove that $b = c$.

$(B, +, \cdot, ')$ একটি বুলীয় বীজগণিত হলে, B -এর অন্তর্গত সমস্ত a, b, c -এর জন্য যদি $b + c = c + a$ এবং $b + a' = c + a'$ হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে, $b = c$.

19. Answer any two questions :

$$2 \times 5 = 10$$

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Use mathematical induction to prove the following :

$$\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1} \text{ for any positive integer } n. \quad 5$$

গাণিতিক আরোহ পদ্ধতিতে দেখান যে $\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$, সকল ধনাত্মক

পূর্ণসংখ্যা n -এর জন্য।

- b) i) Find the gcd of two integers 723 and 45 and also find s and t such that $\gcd(723, 45) = 723s + 45t$. 3

723 এবং 45 পূর্ণসংখ্যা দুটির gcd নির্ণয় করুন। s এবং t নির্ণয় করুন যেখানে $\gcd(723, 45) = 723s + 45t$ হয়।

- ii) Convert $(8F5)_{16}$ from hexadecimal to binary notation. 2

$(8F5)_{16}$ এই ষোড়শাঙ্গী সংখ্যাটিকে দ্বিনিধানী রাশিতে প্রকাশ করুন।

- c) Find all solutions of the Diophantine equation $3x + 2y = 6$. 5

Diophantine সমীকরণ $3x + 2y = 6$ -এর সমাধান নির্ণয় করুন।

20. Answer any *two* questions : 2 × 5 = 10

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) If a is a positive integer such that $\gcd(a, 429) = 1$, then prove that $a^{480} \equiv 1 \pmod{429}$. 5

যদি a এমন একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হয় যার জন্য গ.সা.গু. $(a, 429) = 1$ হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে $a^{480} \equiv 1 \pmod{429}$.

b) Is $(23AE5)_{16}$ is divisible by 3? Explain. 5

$(23AE5)_{16}$ কি 3 দ্বারা বিভাজ্য? ব্যাখ্যা দিন।

c) Find the correct check digit for the following ISBN :
81 — 203 — 0871 — 5

81 — 203 — 0871 — ISBN-টির জন্য শুদ্ধ যাচাই (digit check) সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

21. Answer any *two* questions : 2 × 5 = 10

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) i) Let first 9 digits of the ISBN of a particular book be
0 — 673 — 38582. Then find the check digit. 3

একটি বই-এর ISBN-সংখ্যাটির প্রথম নয়টি অঙ্ক 0 — 673 — 38582। সংখ্যাটির সঠিক যাচাই (check digit) সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

ii) Determine whether the following ISBN is valid : 2
81 — 213 — 0871 — 9

নিম্নলিখিত ISBN সংখ্যাটি বৈধ (valid) কিনা নির্ণয় করুন :

81 — 213 — 0871 — 9

b) Set up a Round-Robin tournament for 8 teams. 5

আটটি দল অংশগ্রহণ করবে এরূপ একটি Round-Robin প্রতিযোগিতার তালিকা গঠন করুন।

c) Solve the set of congruences using Chinese remainder theorem. 5

$$x \equiv 1 \pmod{4}$$

$$x \equiv 3 \pmod{7}$$

$$x \equiv 5 \pmod{11}$$

20. Answer any *two* questions : 2 × 5 = 10

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) If a is a positive integer such that $\gcd(a, 429) = 1$, then prove that $a^{480} \equiv 1 \pmod{429}$. 5

যদি a এমন একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হয় যার জন্য গ.সা.গু. $(a, 429) = 1$ হয়, তাহলে প্রমাণ করুন যে $a^{480} \equiv 1 \pmod{429}$.

b) Is $(23AE5)_{16}$ is divisible by 3? Explain. 5

$(23AE5)_{16}$ কি 3 দ্বারা বিভাজ্য? ব্যাখ্যা দিন।

c) Find the correct check digit for the following ISBN :
81 — 203 — 0871 — 5

81 — 203 — 0871 — ISBN-টির জন্য শুদ্ধ যাচাই (digit check) সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

21. Answer any *two* questions : 2 × 5 = 10

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) i) Let first 9 digits of the ISBN of a particular book be
0 — 673 — 38582. Then find the check digit. 3

একটি বই-এর ISBN-সংখ্যাটির প্রথম নয়টি অঙ্ক 0 — 673 — 38582। সংখ্যাটির সঠিক যাচাই (check digit) সংখ্যাটি নির্ণয় করুন।

ii) Determine whether the following ISBN is valid :
81 — 213 — 0871 — 9 2

নিম্নলিখিত ISBN সংখ্যাটি বৈধ (valid) কিনা নির্ণয় করুন :

81 — 213 — 0871 — 9

b) Set up a Round-Robin tournament for 8 teams. 5

আটটি দল অংশগ্রহণ করবে এরূপ একটি Round-Robin প্রতিযোগিতার তালিকা গঠন করুন।

c) Solve the set of congruences using Chinese remainder theorem. 5

$$x \equiv 1 \pmod{4}$$

$$x \equiv 3 \pmod{7}$$

$$x \equiv 5 \pmod{11}$$

Chinese ভাগশেষ উপপাদ্যের সাহায্যে নিম্নলিখিত congruence গুলির সাধারণ সমাধান নির্ণয় করুন :

$$x \equiv 1 \pmod{4}$$

$$x \equiv 3 \pmod{7}$$

$$x \equiv 5 \pmod{11}$$

22. Answer any *two* questions :

$2 \times 5 = 10$

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) For any Boolean algebra prove that $(a+b)(b+c)(c+a) = ab+bc+ca$ for all $a, b, c \in B$. 5

যে কোন বুলীয় বীজগণিতের জন্য প্রমাণ করুন যে $(a+b)(b+c)(c+a) = ab+bc+ca$

(B -এর অন্তর্গত যে কোন a, b, c -এর জন্য)।

b) Construct the truth tables for the following Boolean expressions : 5

i) $x(y+x')$

ii) $xy'+y(x'+z)$.

নিম্নলিখিত বুলীয় রাশিমালার জন্য সত্যতা সারণী নির্ণয় করুন :

i) $x(y+x')$

ii) $xy'+y(x'+z)$.

c) Express the Boolean expression $(x+y)(x+y')(x'+z)$ in DNF in two variables x, z and also express it in DNF in the variables x, y, z . 5

$(x+y)(x+y')(x'+z)$ বুলীয় রাশিমালাকে x, z চলদ্বয়ের সাপেক্ষে DNF-এ প্রকাশ করুন।

ঐ রাশিমালাকে x, y, z চলের সাপেক্ষে ও DNF এ প্রকাশ করুন।

23. Answer any *two* questions :

$2 \times 5 = 10$

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

a) Determine whether the sequence $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ is a solution of the recurrence relation $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$ for all $n \geq 2$, where $a_n = 2^n$ for every $n > 0$. 5

যদি $a_n = 2^n$ ($n > 0$) হয়, তবে পরীক্ষা করুন যে $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ অনুক্রমটি

$a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$ (যেখানে $n \geq 2$) এই আবৃত সম্বন্ধটি সিদ্ধতা সাধন করে কিনা।

- b) Solve the following difference equation for the given initial conditions :
 $a_n = -4a_{n-1} - 3a_{n-2} : n \geq 2, a_0 = 2, a_1 = -8.$ 5

প্রদত্ত প্রাথমিক শর্তগুলির সাপেক্ষে নিম্নলিখিত অন্তর সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় করুন :

$$a_n = -4a_{n-1} - 3a_{n-2} : n \geq 2, a_0 = 2, a_1 = -8.$$

- c) Use generating functions to solve the following recurrence relation :
 $a_n = 3a_{n-1} + 2$ for all $n \geq 1, a_0 = 2.$ 5

কারক অপেক্ষক ব্যবহার করে নিম্নলিখিত আবৃত সম্বন্ধটি সমাধান করুন :

$$a_n = 3a_{n-1} + 2 \text{ সকল } n \geq 1, a_0 = 2 \text{-এর জন্য।}$$

24. Answer any two questions :

2 × 5 = 10

যে কোন দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন :

- a) Solve the following recurrence relation with the given initial conditions :
 $a_n = 6a_{n-1} - 8a_{n-2}$ where $a_0 = 1, a_1 = 0.$ 5

প্রদত্ত প্রাথমিক শর্তসাপেক্ষে নিম্নলিখিত আবৃত সম্বন্ধটির সমাধান নির্ণয় করুন :

$$a_n = 6a_{n-1} - 8a_{n-2} \text{ যেখানে } a_0 = 1, a_1 = 0.$$

- b) Find the solution of $a + b + c = 10$ where a, b, c are integers satisfying
 $0 \leq a \leq 2, 2 \leq b \leq 4, c = 4$ or $5.$ Use generating function. 5

কারক অপেক্ষক ব্যবহার করে $a + b + c = 10$ সমীকরণটির সমাধানগুলি নির্ণয় করুন যেখানে

a, b, c পূর্ণসংখ্যা এবং $0 \leq a \leq 2, 2 \leq b \leq 4, c = 4$ বা $5.$

- c) Draw a switching circuit for the Boolean expression
 $[(x + y)(x + y')y + x] + yy'.$ 5

Find the equivalent simplest circuit.

নিম্নলিখিত বুলীয় রাশিমালাটির প্রকাশক সুইচিং বর্তনীটি অঙ্কন করুন :

$$[(x + y)(x + y')y + x] + yy'$$

সমতুল্য সরলতম বর্তনীটি নির্ণয় করুন।