West Bengal State University

B.A./B.Sc./B.Com. (Honours, Major, General) Examinations, 2013

PART-III

MATHEMATICS – General

Paper– IV

Duration : 3 Hours Full Marks : 100

Answer any two Groups from the Groups A, B and C.

বিভাগ ক, খ এবং বিভাগ গ -এর মধ্যে থেকে যে-কোনো দুটি বিভাগের উত্তর দিন।

The figures in the margin indicate full marks.

প্রান্তস্থ সংখ্যাগুলি পূর্ণমানের নির্দেশক।

GROUP – A

Full Marks : 50

বিভাগ - ক

Answer any *five* questions from the following. $5 \times 10 = 50$

যে-কোন পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিন।

1. a) Prove that, for any element a in a Boolean Algebra, $a + a = a$. Prove also that for any two elements a and b of a Boolean Algebra $(a \,.\, b)' = a' + b'$. 2 + 3

প্রমাণ করুন যে, একটি বুলীয় বীজগণিতের যে-কোনো উপাদান a-এর জন্য $a + a = a$। আরও প্রমাণ করুন যে, বুলীয় বীজগণিতের যে-কোনো দুটি উপাদান a এবং b -এর জন্য $(a \,.\, b)' = a' + b'$।

b) Express the Boolean expression $(x + y)\,(x + y')\,(x' + z)$ in Disjunctive normal form in the variables x, z and also express it in disjunctive normal form in the variables x, y, z. 3 + 2

$(x + y)\,(x + y')\,(x' + z)$ বুলীয় রাশিটিকে চল x এবং z -এর দ্বারা বৈকল্পিক স্বভাবী আকারে প্রকাশ করুন এবং উক্ত রাশিটিকে x, y এবং z দ্বারা বৈকল্পিক স্বভাবী আকারে প্রকাশ করুন।

2. a) Define 'NAND' logic gate and draw an equivalent logic circuit for a 'NAND' gate. 2 + 3

'NAND' যৌক্তিক দ্বারের সংজ্ঞা দিন এবং NAND দ্বারের সমতুল্য একটি যৌক্তিক বর্তনী অঙ্কন করুন।

b) A committee consisting of three members approves any proposal by majority vote. Each member can approve a proposal by pressing a button attached to their seats. Design as simple a circuit as you can which will allow current to pass when and only when a proposal is approved. 5

তিন সদস্যের একটি কমিটি বেশীর ভাগ সদস্যের ভোটে যে-কোনো ব্যাপারে প্রস্তাব গ্রহণ করেন। প্রতিটি সদস্য তার বসার জায়গায় থাকা একটি বোতাম টিপে একটি প্রস্তাব সমর্থন করেন। যতটা সম্ভব সহজ করে এমন একটি বর্তনী নির্মাণ করুন যাতে যখন এবং কেবলমাত্র যখন একটি প্রস্তাব গৃহীত হবে তখন বিদ্যুৎ পরিবহন সম্ভব হবে।

3. a) What do you understand by *positional number system* ? Why are binary numbers used in computer design ? Convert the following two decimal numbers x and y to their binary equivalents and obtain the value of $(x - y)$ in binary system.

$x = (11 \cdot 75)_{10}$ and $y = (5 \cdot 5)_{10}$ 1 + 1 + 3

অবস্থান ভিত্তিক রাশি পদ্ধতি বলতে কি বোঝেন ? কম্পিউটার পরিকল্পনায় দ্বিনিধানী রাশি ব্যবহার করা হয় কেন ? নিম্নলিখিত দুটি দশমিক সংখ্যা x এবং y কে তাদের দ্বিনিধানী সমতুল সংখ্যায় পরিণত করুন এবং $(x - y)$ এর মান দ্বিনিধানী পদ্ধতিতে নির্ণয় করুন ঃ

$x = (11 \cdot 75)_{10}$ এবং $y = (5 \cdot 5)_{10}$

b) What are the advantages and disadvantages of high level language and machine language ? 5

উচ্চ পর্যায়ের ভাষা ও যন্ত্র-ভাষার উপকারিতা ও অপকারিতাগুলি কি কি ?

4. a) Write short notes on any *two* of the following : 2 × 2

নিম্নলিখিত যে-কোনো **দুটির** উপর সংক্ষিপ্ত টীকা লিখুন ঃ

(i) COBOL

(ii) ANSI *C*

(iii) Compiler and Assembler.

b) What is an algorithm ? Design an algorithm to find the greatest common divisor of two positive integers m and n. 1 + 5

এ্যালগোরিদ্‌ম্ কাকে বলে ? দুটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা m এবং n -এর গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয়ের জন্য একটি এ্যালগোরিদ্‌ম লিখুন ।

5. a) Draw a flowchart to compute the factorial of a positive integer n. 5

একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n -এর জন্য $n!$ এর মান নির্ণয় করার একটি flowchart অঙ্কন করুন ।

b) Write an efficient FORTRAN 77/90 program to find the sum $1 + 2 + 3 + \ldots + 100$. 5

$1 + 2 + 3 + \ldots + 100$ এর যোগফল নির্ণয়ের জন্য একটি কার্যকর FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লিখুন।

6. a) Write the following expressions in FORTRAN 77/90 : 4 × 1

নিম্নলিখিত রাশিগুলি FORTRAN 77/90 ভাষায় লিখুন ঃ

(i) $e^{x^2 \sin x} + \tan^{-1} x$

(ii) $\tan(\log_e (x - a))$

(iii) $p^2 + (rs)^x + \sec^{-1} x$

(iv) $|\sin x| + e^{-\frac{x^3}{4a^2}}$

b) Write a FORTRAN 77/90 program to find the transpose of a square matrix. 6

একটি বর্গ ম্যাট্রিক্সের পরিবর্ত ম্যাট্রিক্স নির্ণয়ের জন্য একটি FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লিখুন।

7. a) What will be printed after the execution of the following program segments ? 2

নিম্নলিখিত প্রোগ্রামের অংশটি কি প্রিন্ট করে ?

```
Do   10   I = 10, 1, - 1
          PRINT *, I
     10   CONTINUE
          STOP
          END
```

b) Give suitable FORMAT statement in FORTRAN 77/90 to print the following numbers : 2 × 1

নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলি FORTRAN 77/90 -এ প্রিন্ট করার জন্য উপযুক্ত ফরম্যাটে উক্তিগুলি লিখুন :

(i) $-11{\cdot}1253$

(ii) $-22{\cdot}6725 \times 10^{-3}$

c) Write a program in FORTRAN 77/90 to sort a list of values in ascending order by using subroutine. 6

Subroutine ব্যবহার করে একটি সংখ্যার তালিকাকে মানের উর্দ্ধক্রম অনুসারে সাজানোর জন্য একটি FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লিখুন।

8. a) Write a FORTRAN 77/90 program to find the sum of two $m \times n$ matrices. 5

FORTRAN 77/90 ভাষায় দুটি $m \times n$ ম্যাট্রিক্সের যোগফল নির্ণয় করার একটি প্রোগ্রাম লিখুন।

b) A function $f(x)$ is defined as follows :

একটি অপেক্ষক $f(x)$ নিম্নলিখিত ভাবে সংজ্ঞাত :

$$f(x) = x \sin x, \ 0 \le x \le 2$$
$$= xe^{x}, \ 2 < x \le 5$$
$$= \log(1+x), \ x > 5$$

Write a FORTRAN 77/90 program to compute the values of the function $f(x)$ for $x = 0(1)10$. 5

$f(x)$ অপেক্ষকটির $x = 0(1)10$-এ মান নির্ণয়ের জন্য একটি FORTRAN 77/90 প্রোগ্রাম লিখুন।

9. a) Write a short note on TAB function in BASIC. 2

BASIC -এ TAB অপেক্ষকের উপর একটি সংক্ষিপ্ত টীকা লিখুন ।

b) Write the errors (if any) in the following BASIC program. 2

নিম্নের BASIC প্রোগ্রামে ভুলগুলি (যদি থাকে) নির্ণয় করুন ।

```
10    INPUT A
20    B = 1·3
30    C = B * A
30    PRINT C
40    END
```

c) Write a BASIC program to find the sum of the digits of a given positive integer. 6

একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যার অঙ্কগুলির সমষ্টি নির্ণয়ের জন্য একটি BASIC প্রোগ্রাম লিখুন।

GROUP – B

Full Marks : 50

বিভাগ - খ

Answer Question No. 10 and any *four* from the rest.

১০ নং প্রশ্ন এবং অন্য যে-কোনো **চারটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ।

10. Answer any *five* questions : $5 \times 2 = 10$

যে-কোন **পাচটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Show that the series $\sum \frac{1}{n^3 + n^4 x^2}$ converges uniformly on (– ∞, ∞).

দেখান যে $\sum \frac{1}{n^3 + n^4 x^2}$ শ্রেণীটি (– ∞, ∞) এর মধ্যে সমভাবে অভিসারী ।

b) Find the radius of convergence of the power series $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \ldots$

$x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \ldots$ এই ঘাত শ্রেণীটির অভিসরণ ব্যাসার্ধ নির্ণয় করুন।

c) Find the limit function of the sequence of functions $f_n(x) = \frac{nx}{1 + n^2 x^2}, x \in \mathbb{R}$

$f_n(x) = \frac{nx}{1 + n^2 x^2}, x \in \mathbb{R}$ এই অনুক্রমটির সীমা অপেক্ষক নির্ণয় করুন।

d) Solve : $\frac{d^3 y}{dx^3} + 3\frac{d^2 y}{dx^2} - 4y = 0$

সমাধান করুন ঃ $\frac{d^3 y}{dx^3} + 3\frac{d^2 y}{dx^2} - 4y = 0$

e) Find particular integral of the following equation by method of undetermined coefficients : $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 2x$

অনির্ণীত সহগ পদ্ধতিতে $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = 2x$ এই সমীকরণটির বিশেষ সমাকল নির্ণয় করুন।

f) If $f(x) = -f(-x)$ for all x satisfying Dirichlet's condition in $[-\pi, \pi]$ interval show that the Fourier series of $f(x)$ is a Fourier sine series.

যদি $[-\pi, \pi]$ অন্তরালে x -এর সকল মানের জন্যে $f(x) = -f(-x)$ হয় এবং $f(x)$ ঐ অন্তরালে Dirichlet -এর শর্ত মেনে চলে তবে দেখান যে $f(x)$ -এর ফুরিয়ার শ্রেণীটি ফুরিয়ার সাইন শ্রেণী হবে।

g) Let $F(S) = \frac{1}{(S-1)(S-2)}$ $(S > 0)$. Find the inverse Laplace transform $L^{-1}\{F(S)\}$

ধরুন $F(S) = \frac{1}{(S-1)(S-2)}$ $(S > 0)$ । ল্যাপলাসের বিপরীত রূপান্তর $L^{-1}\{F(S)\}$ নির্ণয় করুন।

h) Solve $ap + bq = 1$ where $p = \frac{\partial z}{\partial x}$, $q = \frac{\partial z}{\partial y}$ and a, b are constants.

সমাধান করুন $ap + bq = 1$ যেখানে $p = \frac{\partial z}{\partial x}$, $q = \frac{\partial z}{\partial y}$ এবং a, b ধ্রুবক।

11. a) Show that the sequence of real valued function $\{f_n\}$ defined by $f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}$, $x \in [0, 1]$ does not converge uniformly on $[0, 1]$. 5

দেখান যে $f_n(x) = \frac{nx}{1+n^2x^2}$, $x \in [0, 1]$ এই অন্তরালে সমভাবে অভিসারী নয়।

b) Show that the series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^3}$ converges uniformly to a function $f(x)$ for all values of x and then show that $f'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2}$. 5

দেখান যে $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n^3}$ এই শ্রেণীটি x -এর সকল মানের জন্য $f(x)$ অপেক্ষকটিতে সমভাবে অভিসারী এবং দেখান যে $f'(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2}$

12. a) Show that the series of functions $(1-x) + x(1-x) + x^2(1-x) + \ldots$ converges in $[0, 1]$ but it does not converge uniformly in $[0, 1]$. 5

দেখান যে অপেক্ষকের শ্রেণী $(1-x) + x(1-x) + x^2(1-x) + \ldots$ $[0, 1]$ অন্তরালে অভিসারী কিন্তু সমভাবে অভিসারী নয়।

b) From the expansion of $(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \ldots\ldots (|x| < 1)$ obtain the expansion of $(1+x)^{-3}$. Justify your answer. 5

$(1+x)^{-1} = 1 - x + x^2 - x^3 + \ldots\ldots (|x| < 1)$ বিস্তৃতি থেকে $(1+x)^{-3}$এর বিস্তৃতি যুক্তিসহ নির্ণয় করুন।

13. a) Find the Fourier series expansion for the periodic function $f(x) = x\cos x$ in the interval $[-\pi, \pi]$. 5

$f(x) = x\cos x$ এই পর্যাবৃত্ত অপেক্ষকটিকে $[-\pi, \pi]$ অন্তরালে ফুরিয়র শ্রেণীতে বিস্তৃত করুন।

b) Find the Fourier series for the function $f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \le x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & 0 < x \le \pi \end{cases}$

Deduce that $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots.$ 4 + 1

$f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi \le x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & 0 < x \le \pi \end{cases}$ অপেক্ষকটির ফুরিয়র শ্রেণী নির্ণয় করুন এবং তা থেকে প্রমাণ করুন ঃ

$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \ldots.$

14. a) Solve : $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 4x\frac{dy}{dx} + 6y = x^3 - 2\log x$ 5

সমাধান করুন ঃ $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - 4x\frac{dy}{dx} + 6y = x^3 - 2\log x$

b) Solve by method of variation of parameter

$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = \operatorname{cosec}(2x)$ 5

ভেদ প্রচলন পদ্ধতি প্রয়োগ করে সমাধান করুন ঃ $\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = \operatorname{cosec}(2x)$

15. a) Using the method of undetermined coefficient solve $(D^2 + 1)\,y = 2\cos x$, given that $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$. 5

অনির্ণীত সহগ পদ্ধতিতে সমাধান করুন ঃ $(D^2 + 1)\,y = 2\cos x$

যখন $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$

b) Find the eigenvalues and eigenfunctions for the differential equation $\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0$ ($\lambda > 0$) with $y = 0$ when $x = 0$ and $\frac{dy}{dx} = 0$ at $x = \pi$. 5

$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0$ ($\lambda > 0$) অবকল সমীকরণের আইগেন মানসমূহ ও আইগেন অপেক্ষকগুলি নির্ণয় করুন যেখানে সীমা শর্তগুলি হল $y = 0$ যখন $x = 0$ এবং $\frac{dy}{dx} = 0$ যখন $x = \pi$.

16. a) Solve : $\frac{dx}{dt} = 3x + 4y$, $\frac{dy}{dt} = -x + y$. 5

সমাধান করুন ঃ $\frac{dx}{dt} = 3x + 4y$, $\frac{dy}{dt} = -x + y$.

b) Solve the partial differential equation

$\frac{y-z}{yz} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{z-x}{zx} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x-y}{xy}$ by Lagrange's method. 5

নিম্নের আংশিক অবকল সমীকরণটি Lagrange-এর পদ্ধতির সাহায্যে সমাধান করুন ঃ

$\frac{y-z}{yz} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{z-x}{zx} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x-y}{xy}$

17. a) If $L\{f(t)\} = F(S)$, then prove that $L\left\{\frac{f(t)}{t}\right\} = \int_s^\infty F(u)\,du$. Hence find the Laplace transform of $\frac{\sin 2t}{t}$. 5

যদি $L\{f(t)\} = F(S)$ হয় তবে দেখান যে $L\left\{\frac{f(t)}{t}\right\} = \int_s^\infty F(u)\,du$

এর থেকে $\frac{\sin 2t}{t}$ অপেক্ষকটির Laplace রূপান্তর নির্ণয় করুন ।

b) Solve the initial value problem by Laplace transformation $y''(t) - y(t) = \sin t$; given that $y(0) = 0$ and $y'(0) = 1$. 5

Laplace -এর রূপান্তর ব্যবহার করে নিম্নে প্রদত্ত initial value problem এর সমাধান করুন ঃ $y''(t) - y(t) = \sin t$, যেখানে $y(0) = 0$ এবং $y'(0) = 1$.

GROUP – C

Full Marks : 50

বিভাগ - গ

Answer Question No. 18 and any *four* from the rest.

১৮ নং প্রশ্ন এবং বাকী প্রশ্নগুলো থেকে যে-কোনো চারটি প্রশ্নের উত্তর দিন ।

18. Answer any *five* questions : $5 \times 2 = 10$

যে-কোনো পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Define greatest common divisor of integers m and n.

m ও n দুটি পূর্ণসংখ্যা হলে তাদের গ.সা.গু. বলতে কি বোঝেন ? (সংজ্ঞা দিন)

b) Let n be a positive integer. Express decimal representation and binar representation of n. 2

n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে তার দশমিক এবং দ্বিনিধানী — উভয় প্রকার রূপায়ণ প্রকাশ করুন।

c) Determine which of the following integers are primes.

নিম্নলিখিত পূর্ণ সংখ্যা দুটির মধ্যে কোন্‌টি মৌলিক তা নির্ণয় করুন।

(i) 287

(ii) 271.

d) Let a, b, c, d denote integers and m a positive integer. If $a \equiv b \pmod{m}$ then show that $a^n \equiv b^n \pmod{m}$ for any positive integer n.

ধরুন a, b, c, d প্রত্যেকটি পূর্ণসংখ্যা এবং m একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা। যদি $a \equiv b \pmod{m}$ হ 2
তাহলে দেখান যে $a^n \equiv b^n \pmod{m}$ (যে-কোনো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n-এর জন্য) ।

e) Find all solutions of the congruence $4x \equiv 6 \pmod{4}$.

$4x \equiv 6 \pmod{4}$ সর্বসমতাটির সবকটি সমাধান নির্ণয় করুন।

f) Define Euler phi-function.

Euler-এর ϕ অপেক্ষক-এর সংজ্ঞা দিন।

g) Define auxiliary equation of the recurrence relation.

আবৃত্ত সম্বন্ধের সহায়ক সমীকরণের সংজ্ঞা দিন ।

h) Find the complement of the following Boolean expression in DNF :

$xyz + x'yz + xy'z + x'y'z'$

নিম্নলিখিত বুলীয় রাশিমালার পূরকটি DNF এ নির্ণয় করুন ঃ

$xyz + x'yz + xy'z + x'y'z'$

19. Answer any *two* questions : $2 \times 5 = 10$ 22

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Prove that $f_n \geq u^{n-2}$ for $n \geq 3$ where $u = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

$u = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ হলে, $n \geq 3$ -এর জন্য প্রমাণ করুন ঃ $f_n \geq u^{n-2}$

b) (i) If a, b are positive integers, then prove that gcd $(ka, kb) = k$. gcd(a, b) for any positive integer k.

a, b ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হলে, যে-কোনো ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা k-এর জন্য প্রমাণ করুন গ.সা.গু $(ka, kb) = k$. গ.সা.গু. (a, b)

(ii) Prove that $n^3 - n$ is divided by 3, for all integers $n \geq 1$.

যে-কোনো পূর্ণসংখ্যা $n \geq 1$ -এর জন্য প্রমাণ করুন যে $n^3 - n$, 3 দ্বারা বিভাজ্য ।

c) Convert $(2FB5)_{16}$ from hexadecimal to binary.

$(2FB5)_{16}$ কে যোড়ষাঙ্গী থেকে দ্বিনিধানীতে রূপান্তরিত করুন ।

Answer any *two* questions : $2 \times 5 = 10$

যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Solve the following Diophantine equation :

$5x + 18y = 48$

$5x + 18y = 48$ -এই ডায়োফ্যান্টাসের সমীকরণটির সমাধান নির্ণয় করুন।

b) Prove that there are infinite number of primes.

প্রমাণ করুন যে অসীম সংখ্যক মৌলিক সংখ্যা বর্তমান।

c) What is the remainder when $6 \cdot 7^{32} + 7 \cdot 9^{45}$ is divided by 4 ?

যদি $6 \cdot 7^{32} + 7 \cdot 9^{45}$, 4 দ্বারা বিভক্ত হয় তাহলে ভাগশেষ নির্ণয় করুন।

Answer any *two* questions : $2 \times 5 = 10$

যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) In Z_{16} find the inverse of [9] and use it to solve $[9]x = [12]$

Z_{16}-এ, [9] -এর বিপরীতটি নির্ণয় করুন এবং এর সাহায্যে সমাধান করুন ঃ $[9]x = [12]$

b) If p is a prime and n a positive integer then prove that $\phi(p^n) = p^n\left(1 - \frac{1}{p}\right)$.

যদি p একটি মৌলিক সংখ্যা হয় এবং n একটি ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা হয় তাহলে প্রমাণ করুন যে

$\phi(p^n) = p^n\left(1 - \frac{1}{p}\right)$

c) For any Boolean algebra B prove that $(a+b)(b+c)(c+a) = ab + bc + ca$ for all $a, b, c \in B$.

a, b, c যদি যে-কোনো একটি বুলীয় বীজগণিতে B -এর অন্তর্গত হয় তাহলে প্রমাণ করুন যে ঃ

$(a+b)(b+c)(c+a) = ab + bc + ca$

Answer any *two* questions : $2 \times 5 = 10$

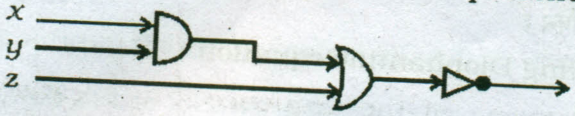
যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Find the logic circuit that represents the following Boolean function. Find also an equivalent simpler circuit.

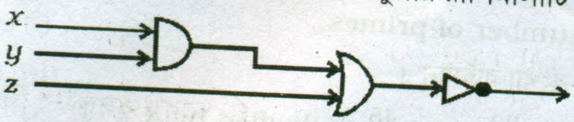
নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকের প্রকাশক ন্যায় বর্তনীটি নির্ণয় করুন। সমতুল্য সহজতর বর্তনীটিও নির্ণয় করুন ঃ

x	y	z	$f(x, y, z)$
1	1	1	1
1	1	0	0
1	0	1	0
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0

b) Write down the Boolean expressions which represent the following logic circuit :



নিম্নলিখিত ন্যায় বর্তনীর প্রকাশক বুলীয় রাশিমালাটি লিখুন ঃ



c) Draw a circuit using only NOR-gates that represents the following Boolean functions :

কেবলমাত্র NOR -দ্বার ব্যবহার করে নিম্নলিখিত বুলীয় অপেক্ষকগুলির প্রকাশক বর্তনীটি অঙ্কন করুন ঃ

(i) $f(x, y) = x + y$

(ii) $f(x, y, z) = x + yz$.

2 + 3

23. Answer any *two* questions :

2 × 5 = 10

যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Let $a_1 = 1$ and for $n \geq 2$ let

$$a_n = a_1 a_{n-1} + a_2 a_{n-2} + \dots + a_{n-1} a_1$$

Determine the first five values of a_n.

ধরে নিন $a_1 = 1$ এবং $n \geq 2$ এর জন্য

$$a_n = a_1 a_{n-1} + a_2 a_{n-2} + \dots + a_{n-1} a_1$$

a_n -এর প্রথম পাঁচটি মান নির্ণয় করুন।

b) Solve the following difference equation for the given initial conditions :

$$a_n = -4a_{n-1} - 4a_{n-2},\ n \geq 2,\ a_0 = 4,\ a_1 = 8.$$

প্রদত্ত প্রাথমিক শর্তগুলির সাপেক্ষে নিম্নলিখিত অন্তর-সমীকরণটির সমাধান করুন ?

$$a_n = -4a_{n-1} - 4a_{n-2},\ n \geq 2,\ a_0 = 4,\ a_1 = 8$$

c) Using generating functions solve the following recurrence relation with initial condition :

$$a_n = 4a_{n-1} + 3 \text{ for } (n \geq 1) \text{ and } a_0 = 2.$$

প্রদত্ত প্রাথমিক শর্তসাপেক্ষে কারক অপেক্ষক ব্যবহার করে নিম্নলিখিত আবৃত্ত সম্বন্ধটি সমাধান করুন ঃ

$$a_n = 4a_{n-1} + 3,\ (n \geq 1) \text{ এবং } a_0 = 2.$$

24. Answer any *two* equations : $2 \times 5 = 10$

যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ

a) Let the nth term a_n of the sequence $\{a_n\}$ satisfy the recurrence relation $a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2} + 6$ for $n \geq 3$ with initial conditions $a_1 = 2$, $a_2 = 8$.

Prove that $a_n = 4^n - 3^n + 1$ for all $n \geq 1$.

$\{a_n\}$ অনুক্রমের n -তম পদটি a_n, $a_n = 7a_{n-1} - 12a_{n-2} + 6$ আবৃত্ত সম্বন্ধটির সিদ্ধতা সাধন করে ($n \geq 3$ এর জন্য), প্রদত্ত প্রাথমিক শর্ত ঃ $a_1 = 2$, $a_2 = 8$

প্রমাণ করুন যে $a_n = 4^n - 3^n + 1$ (যে-কোনো $n \geq 1$ এর জন্য)

b) Draw switching circuit which realizes the following Boolean expression : (Do not simplify the expression)

$z(x + y') + xz' + z'(z + y')$

নিম্নলিখিত বুলীয় রাশিমালাটির প্রকাশক সুইচিং বর্তনীটি অঙ্কন করুন (রাশিগুলিকে সরল করবেন না) ঃ

$z(x + y') + xz' + z'(z + y')$

c) Show that the Boolean expressions $(x_1 \cdot x_2) \cdot x_3$ and $x_1 \cdot (x_2 \cdot x_3)$ are equal.

দেখান যে নিম্নলিখিত বুলীয় রাশিমালা $(x_1 \cdot x_2) \cdot x_3$ এবং $x_1 \cdot (x_2 \cdot x_3)$ উভয়েই সমার্থক ।